Prof. Dr. Alfred Toth

Interaktionen zwischen semiotischen Matrizen

1. Unter den vielen bahnbrechenden Neuerungen, die der bedeutende Logiker und Mathematiker Rudolf Kaehr in die Semiotik eingeführt hat, finden sich Interaktionen zwischen semiotischen Matrizen (vgl. bes. Kaehr 2008, S. 18 ff.). Wir wollen uns einigen dieser Fälle hier vom rein semiotischen Standpunkt aus zuwenden. *Pace simplicitatis* gehen wir aus von der üblichen semiotischen Matrix, wie sie Max Bense (1975, S. 37 ff.) in die Peircesche Semiotik eingeführt hatte:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

2. Eine erste alternative Matrix stammt von Bense selbst: „Wir führen nun die Vertauschung von Zeilen und Kolonnen in der semiotischen Matrix, in der die Hauptzeichenklasen (Kolonnen) und die Hauptzeichenbezüge (Zeilen) festgelegt sind, als semiotische **Dualisierung** ein“ (Bense 1976, S. 54):

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 3.1 & 2.1 & 1.1 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.3 & 2.3 & 1.3 \end{pmatrix}$$

Durch die Transposition der Matrix kann man schön die Entsprechungen der zueinander konversen Subzeichen aufzeigen:

$$3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3.$$

3. Die Einsicht, dass die Operationen der Konversion und der Dualisierung auf Subzeichenebene identisch sind, d.h., dass $(a.b)° = \times(a.b) = (b.a)$ gilt, führte uns (Toth 2011) zu einem weiteren Typus einer alternativen semiotischen Matrix. Wenn man sich bewusst macht, dass jede Zeichenklasse ihre eigene duale Realitätsthematik in ihrer Trichotomie enthält und dass also umgekehrt jede Realitätsthematik ihre eigene duale Zeichenklasse in ihrer Triade „mitführt“:

$$(3. \quad a \quad 2. \quad b \quad 1. \quad c) \times$$

$$(c. \quad 1 \quad b. \quad 2 \quad a. \quad 3),$$

und wenn man sich ferner vergegenwärtigt, dass die Zeichenklasse den Subjekt- und ihre Realitätsthematik den Objektpol der verdoppelten semiotischen Repräsentation thematisieren, dann kann man jedes semiotische Dualsystem wie folgt notieren:

$$(3.a_{[S.O]} \quad 2.b_{[S.O]} \quad 1.c_{[S.O]}) \times (c.1_{[O.S]} \quad b.2_{[O.S]} \quad a.3_{[O.S]}).$$

Da es für Zeichenklassen und Realitätsthematiken nur eine semiotische Matrix gibt (die durch Transposition angepasst werden kann), kann man eine Anzahl von alternativen Matrizen dadurch produzieren, dass man ein oder mehrere Subzeichen auf ihren entsprechenden Subjekt- und Objektpositionen miteinander vertauscht: $(a.b)_{[S.O]} \leftrightarrow (b.a)_{[O.S]}$:

3.1. Einfache Substitutionen

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \underline{2.1} & 1.3 \\ \underline{1.2} & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & \underline{3.1} \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \underline{1.3} & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & \underline{3.2} \\ 3.1 & \underline{2.3} & 3.3 \end{pmatrix}$$

3.2. Komplexe Substitutionen

3.2.1. Substitutionen mit 2 Subzeichen-Paaren

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \underline{2.1} & \underline{3.1} \\ \underline{1.2} & 2.2 & 2.3 \\ \underline{1.3} & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.1 & \underline{2.1} & 1.3 \\ \underline{1.2} & 2.2 & \underline{3.2} \\ 3.1 & \underline{2.3} & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & \underline{3.1} \\ 2.1 & 2.2 & \underline{3.2} \\ \underline{1.3} & \underline{2.3} & 3.3 \end{pmatrix}$$

3.2.2. Substitution mit 3 Subzeichen-Paaren

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \underline{2.1} & \underline{3.1} \\ \underline{1.2} & 2.2 & \underline{3.2} \\ \underline{1.3} & \underline{2.3} & 3.3 \end{pmatrix}$$

Man kann alle diese Fälle als Interaktionen zwischen der Basismatrix und ihrer Transponierten auffassen. Zusätzlich geschieht dabei aber, wie gesagt, eine Vertauschung des Subjekt- und Objektanteils der Subzeichen, und d.h. der Kontexturen.

4. R. Kaehr ist nun auch hier einen bedeutenden Schritt weitergegangen, wenn er die Vertauschung eines Subzeichens durch sein duales bzw. konverses verallgemeinert hat auf beliebige Substitution von Subzeichen. Z.B. haben wir in dem folgenden Beispiel (Kaehr 2008, S. 19)

$[(1.2) \leftrightarrow (2.1)] \rightarrow [(2.3) \rightarrow (3.2)]$

$[\text{inter, act, act}] \equiv [\blacklozenge, \circ, \circ]$

$$Sem^{(3,2,2)}_{(\text{inter, act, act})} = \begin{array}{c|ccc} [\blacklozenge, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 1.1_{1.3} & 2.3_{2.3} & 1.3_{3} \\ 2 & 3.2_{2.3} & 2.2_{1.2} & 2.3_{2} \\ 3 & 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2.3} \end{array}$$

Um die semiotische Bedeutung des weiteren Schrittes, den Kaehr tut, zu verstehen müssen wir kurz auf 2. zurückkommen: Wenn wir sagen, (a.b)° = (b.a) sei die Konverse zu (a.b), dann hindert uns natürlich nichts daran, (a.b) als (b.a) zu definieren und also zu sagen, (a.b) sei die Konverse zu (b.a). Anders gesagt: Nur weil (1.2), (1.3) und (2.3) „kleiner“ sind als (2.1), (3.1) und (3.2), verpflichtet uns dies nicht, die epistemische Ordnung bzw. Kontextuierung [S.O] den kleineren und die konverse Ordnung [O.S] den „grösseren“ Subzeichen zu adskribieren: man kann es auch umgekehrt tun, und es gibt somit 2 Möglichkeiten, und da man diese auf 2 Plätzen noch miteinander kombinieren kann, gibt es sogar 4 Möglichkeiten, nämlich

(a.b) / (a.b)

(a.b) / (b.a)

(b.a) / (a.b)

(b.a) / (b.a)

Nur schon mit einer einfachen Substitution kommen wir also auf 4 Matrizen. Diese sehen in der kategorietheoretischen Version Kaehrs (2008, S. 20) wie folgt aus:

Different modi of interaction with Sem^1 :

$$\begin{array}{c|ccc} [\blacklozenge_1, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & id_{1.3} & \alpha_{2.3} & \alpha_3 \\ 2 & \alpha^\circ_{2.3} & id_{1.2} & \alpha_2 \\ 3 & \alpha^\circ_3 & \alpha^\circ_2 & id_{2.3} \end{array} \qquad \begin{array}{c|ccc} [\blacklozenge_2, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & id_{1.3} & \alpha^\circ_{2.3} & \alpha_3 \\ 2 & \alpha_{2.3} & id_{1.2} & \alpha_2 \\ 3 & \alpha^\circ_3 & \alpha^\circ_2 & id_{2.3} \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} [\blacklozenge_3, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & id_{1.3} & \alpha^\circ_{2.3} & \alpha_3 \\ 2 & \alpha^\circ_{2.3} & id_{1.2} & \alpha_2 \\ 3 & \alpha^\circ_3 & \alpha^\circ_2 & id_{2.3} \end{array} \qquad \begin{array}{c|ccc} [\blacklozenge_4, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & id_{1.3} & \alpha_{2.3} & \alpha_3 \\ 2 & \alpha_{2.3} & id_{1.2} & \alpha_2 \\ 3 & \alpha^\circ_3 & \alpha^\circ_2 & id_{2.3} \end{array}$$

5. Subjekt- und Objekts-Indizierung von Subzeichen ist sozusagen der einfachste Fall der Kontexturierung monokontexturaler Entitäten, doch bereits in der ersten der hier präsentierten abweichenden Matrizen ist durch [S.O] → [O.S] eine Umstellung der kontexturalen Ordnung erfolgt. Der Wechsel

von Subjekt zu Objekt und umgekehrt ist aber nicht nur von epistemologischer, sondern v.a. von logischer Relevanz, da in der aristotelischen Logik die Objektsposition der Position und die Subjektsposition der Negation korrespondiert. (Es wäre nach dem oben Gesagten allerdings falsch zu behaupten, die Realitätsthematik sei die „Negation" der Zeichenklasse und umgekehrt, denn, wie gesagt, enthält ja bereits die Zeichenklasse trichotomisch ihre Realitätsthematik und umgekehrt die Realitätsthematik triadisch ihre Zeichenklasse. Daraus folgt in Sonderheit, dass für genuine Subzeichen entweder $(a.a)_{[S.S]}$ oder $(a.a)_{[O.O]}$ gilt.) Bereits bei der Konversion der von [S.O] bzw. [O.S] fängt also die Logik an, mit der Semiotik zu interagieren, und es bedeutete einen weiteren grossen Schritt, wenn Kaehr die von Günther eingeführte Operation der Transjunktion (Verwerfung einer 2-wertigen Alternative, also hier entweder [S.O] oder [O.S]) mit der semiotischen Interaktion (einer Menge von verschiedenen Operationen) identifizierte. So sieht das allgemeine Schema der oben reproduzierten 4 semiotischen Interaktionsmatrizen nach Kaehr (2008, S. 20) wie folgt aus:

General distribution tables for[inter, act, act]

[◆, ∘, ∘]	O_1	O_2	O_3
M_1	sem_1	x	x
M_2	$trans_2$	sem_2	x
M_3	$trans_3$	x	sem_3

Um diese Tabelle für Semiotiker einsichtig zu machen: Nach Kaehr wird jedem Primzeichen im elementaren Fall, d.h. bei 3 Kontexturen für eine triadische Semiotik, ein Paar von Subzeichen zugewiesen. Jedes Primzeichen liegt damit nicht nur in 1, sondern in 2 Kontexturen, und zwar sind diese Kontexturen-Paare die aus der Menge {1, 2, 3} möglichen 2er-Partialrelationen, also {1, 2}, {2, 3} und {1, 3}:

K		(.a.)
1, 3	→	$(.1.)_{1.3}$
1, 2	→	$(.2.)_{1.2}$
2, 3	→	$(.3)_{2.3}$

Nun entstehen Subzeichen bekanntlich aus kartesischer Multiplikation der Primzeichen. Entsprechend entstehen die Kontexturenzahlen der Subzeichen durch Durchschnittsbildung aus den Kontexturenzahlen der Primzeichen, z.B.

$(.1.)_{1.3} \times (.2.)_{1.2} = (1.2)_1$

$(.1.)_{1.3} \times (.3.)_{2.3} = (1.3)_3$

$(.2.)_{1.2} \times (.3.)_{2.3} = (2.3)_2$

und natürlich

$(.1.)_{1.3} \times (.1.)_{1.3} = (1.1)_{1.3}$, usw.

(Aufgabe: Warum entstehen die Kontexturenzahlen der Dyaden nicht durch Vereinigungsbildung der Kontexturenzahlen der Monaden?)

Wenn wir also nun auf die obige Kaehrsche interaktionale Matrix zurückkommen:

$$[\text{inter, act, act}] \equiv [\blacklozenge, \circ, \circ]$$

$$\mathrm{Sem}^{(3,2,2)}_{(\text{inter, act, act})} = \left(\begin{array}{cccc} [\blacklozenge, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & \mathbf{1.1}_{1.3} & \mathbf{2.3}_{2.3} & \mathbf{1.3}_{3} \\ 2 & \mathbf{3.2}_{2.3} & \mathbf{2.2}_{1.2} & \mathbf{2.3}_{2} \\ 3 & \mathbf{3.1}_{3} & \mathbf{3.2}_{2} & \mathbf{3.3}_{2.3} \end{array}\right)$$

dann stellen wir fest, dass

$(.1.)_{1,3} \times (.2.)_{1.2} \neq (2.3)_{2.3}$

$(.2.)_{1,2} \times (.1.)_{1.3} \neq (3.2)_{2.3}$

Diese semiotischen Interaktionen sind also deswegen logisch als Transjunktionen zu interpretieren, weil hier die [S.O] / [O.S]-Alternative des ursprünglichen Konversenpaares $[1.2]_1$ / $[2.1]_1$ ALS GANZES verworfen wird. Eine blosse Negation wäre also dann gegeben, wenn man, wie weiter oben gezeigt, bloss $[1.2]_1 \leftrightarrow [2.1]_1$ austauschte. Man möchte also, um es noch deutlicher zu sagen, weder Subjekt noch Objekt, sondern einen dritten Wert, der also sowohl Subjekt als auch Objekt verwirft. Von hier ergibt sich dann in einem nächsten grossen Schritt die Einbettung der triadischen Semiotik in eine zunächst tetradische aus formaler ebenso wie aus logischer und epistemologischer Notwendigkeit: aus formaler Notwendigkeit, weil, wie gezeigt, ein weiterer semiotischer Wert benötigt wird, aus epistemologischer Notwendigkeit, weil die Welt nicht nur aus Ich und Du, sondern (von jedem Ich aus) aus einer sehr grossen Menge von Dus, und d.h, ontologischen Orten, besteht; aus logischer Notwendigkeit, weil diesen Dus und ontologischen Orten eine sehr grosse Zahl gleichberechtigter Subjekte korrespondieren, die nicht einfach auf das eine Ich der klassisch aristotelischen Logik zurückgeführt werden können, und die also qualitativ verschieden sind. Man kann somit sagen: mit der Kaehrschen Identifikation von semiotischer Interaktion und logischer Transjunktion werden die semiotischen Tore für den Eintritt von echter Qualität in die Semiotik geöffnet.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Triadische Trichotomien und trichotomische Triaden. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

24.1.2011